

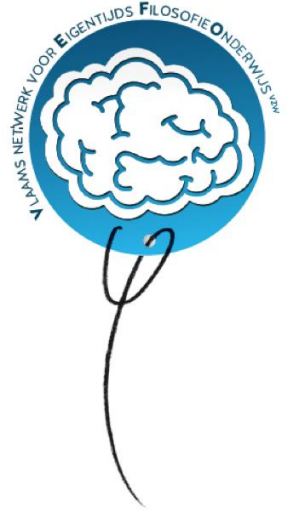
Eerst bewijzen en dan geloven?

Een les over bewijzen en verklaringen

Auteur: Carolien De Meester

Doelgroep: 3^e graad ASO wiskunde

Duur: +/- 60 min.



LESDOELSTELLINGEN

De leerlingen kunnen...

- Vragen en gedachten helder formuleren.
- Correcte afleidingen en gepaste veralgemeningen maken.
- Efficiënt naar elkaar luisteren.
- Voortbouwen op andere ideeën.

De leerlingen tonen...

- Respect en interesse voor het woord van een ander.
- Geduld en doorzettingsvermogen.

LESOPBOUW

ERVAREN (VAN PERPLEXITEIT)

De leerkracht verspreidt over 2 grote tafels verschillende voorbeelden van 'beweringen' en 'uitspraken'. Naast de bewering zelf wordt telkens ook een (al dan niet geldige) verklaring, bewijs, analyse, ... gegeven voor de bewering of uitspraak.

De leerlingen bestuderen eerst de verschillende beweringen en denken na over het waarheidsgehalte van de uitspraak. Vervolgens kiest elke leerling er één bewering uit. Niet meer dan 2 leerlingen mogen dezelfde bewering kiezen.

Leerkracht: *Op de tafels vinden jullie een aantal beweringen en uitspraken met daaronder een tekstje, wat meer uitleg.*

Kies een bewering die je merkwaardig vindt en onderzoek de tekst of figuur onder de bewering.

Wat is de bedoeling/betekenis van de figuur/tekst?

WAARNEMEN EN OVERDENKEN

De leerlingen onderzoeken vervolgens de bewijzen of verklaringen die worden gegeven en de eventuele bezwaren die worden vermeld (of die ze zelf hebben). Ze denken na over de manier waarop men probeert te overtuigen van de juistheid van de bewering.

Leerkracht: *Op welke manier probeert men te overtuigen dat de bewering waar is? Is dit ongelooftwaardig? geldig? overtuigend?, ...*

De leerlingen worden uitgenodigd om hun bewering en verklaring voor te stellen aan de andere leerlingen. Hierdoor worden leerlingen zich bewust van de verschillende manieren waarop men een bewering kan onderbouwen. Deze kenmerken, die zowel betrekking kunnen hebben op de vorm als op de inhoud, worden tegen mekaar afgewogen en op bord genoteerd.

Didactische middelen: artikels, foto's, tekeningen, teksten... (zie 'lesmateriaal').

De leerkracht houdt tijdens de opdracht de leerlingen goed in de gaten. Hij/zij onthoudt wie welke bewering gekozen heeft. Dit kan nog van pas komen bij het filosofische gesprek nadien.

ERVAREN (VAN PERPLEXITEIT): ALTERNATIEVE OPDRACHT

Een alternatieve (of aanvullende) opdracht zou er kunnen uit bestaan om de leerlingen de voorbeelden te laten ordenen op een schaal: van minder geloofwaardig naar overtuigend. Een klasdiscussie over de classificatie van de voorbeelden kan relevante kenmerken van een bewijs, verklaring,... aan het licht brengen.

UITGANGSVRAAG VOOR HET FILOSOFISCH GESPREK

Bedenken van een vraag

De impuls is de aanleiding om bepaalde kenmerken van een bewijs/verklaring verder te willen onderzoeken.

Vooraleer de leerlingen aan de slag gaan met het bedenken van vragen geeft de leerkracht duidelijk instructies over de opdracht:

- De leerlingen die tijdens de impuls voor dezelfde bewering/uitspraak hebben gekozen vormen een groepje (max. 2).
- Elk groepje bedenkt minstens 1 zinvolle vraag over waarheid/zekerheid/bewijs/verklaring.
- Het moet gaan om een open, niet-retorische vraag (meerdere antwoorden zijn mogelijk, het antwoord ligt niet op voorhand vast) die zo kort mogelijk maar toch duidelijk is. Het is de bedoeling dat de vraag ontstaat uit de impuls maar wel een zekere afstand neemt van de gegeven voorbeelden: iemand die geen kennis heeft van de voorbeelden moet de vraag kunnen begrijpen.

Mogelijke vragen zijn:

- Is wat we waarnemen altijd waar?
- Wanneer kan men spreken van een bewijs?
- Wat is het verschil tussen "geldig" en "waar"?
- Wanneer is een uitspraak waar?
- Waarom zijn bewijzen (binnen de wiskunde) nuttig?

- Kan je een bewering geloven zonder dat deze bewezen is?
- Wat maakt dat je een bewering kan geloven zonder dat het bewezen is?
- Wat geeft ons voldoende zekerheid om een uitspraak te geloven?
- Wat is het verschil tussen bewijzen en verklaren?
- Moet een bewering of uitspraak eerst bewezen zijn voor je hem mag gebruiken?

Uit elk groepje komt één leerling vooraan en schrijft de vraag die zijn/haar groepje bedacht heeft op het bord.

Analyseren van de vragen

Wanneer de vragen op bord staan duidt de leerkracht een leerling aan en vraagt hem/haar om de vragen voor te lezen.

De leerkracht duidt een andere leerling aan en vraagt of alle vragen voldoen aan de vereisten (open, kort, duidelijk, ruim genoeg, niet-retorisch).

Indien leerlingen opmerkingen hebben bij bepaalde vragen of formuleringen ervan wordt hen gevraagd om een alternatief aan te brengen. Indien bepaalde vragen sterk gelijkend zijn op mekaar dan wordt nagegaan of één van beide geschrapt kan worden.

Keuze van een vraag

Naar aanleiding van voorgaande fase zijn mogelijk al enkele vragen geschrapt of geherformuleerd. In deze fase wordt door de groep via handopsteking een geschikte vraag gekozen. Deze vraag dient als uitgangspunt voor het filosofisch gesprek.

BEGRIIP VORMEN

Tijdens een wiskundeles is het coöperatief leren (dialogisch leren, think-pair-share,...) een veelgebruikte onderwijsmethode met als doel de leerlingen zoveel mogelijk zelf aan het denken te zetten.

Tijdens deze les wordt daarom een filosofisch gesprek gevoerd waarbij de nadruk wordt gelegd op het onderbouwen van de eigen mening, het voortbouwen op elkaars ideeën, efficiënt luisteren en respect en interesse hebben voor het woord van een ander.

Om dit te realiseren wordt voor deze les gekozen voor de principes van de CoPI-methode.

Vooraleer het gesprek start legt de leerkracht het gewenste format van de antwoorden uit:

- Ik ben het eens met X als hij zegt Y want Z
- Ik ben het niet eens met X als hij zegt Y want Z

Bovenstaand format wordt ook aan bord genoteerd als houvast voor de leerlingen.

Eens het gesprek gestart is, voegt de leerkracht inhoudelijk niets toe. Hij faciliteert het gesprek: trekt het gesprek op gang, bevordert de participatie, laat de leerlingen de kwaliteit van een argumentatie onderzoeken en confronteert hen met de algemene evolutie van het gesprek, nl. of men nog steeds bezig is met het zoeken naar een consensus over de onderzoeksvraag.

In bijlage (punt 2) werd de vraag “Wat maakt dat je een bewering kan geloven zonder dat deze bewezen is?” verder uitgewerkt.

Start van het gesprek

Bij de start van het gesprek wordt eerst geëvalueerd of de vraag voor ieder een voldoende duidelijk is. Indien nodig wordt de vraag nog verder afgebakend.

Als de filosofische vraag een ja/nee-vraag is, vraagt de leerkracht dat iedere leerling zijn positie kenbaar maakt: ja/nee/ja en neen.

Vervolgens vraagt de leerkracht wie als eerste een standpunt wil innemen: *Wie wil beginnen met zijn standpunt te geven over deze vraag?*

Nadat de leerling zijn standpunt geformuleerd heeft controleert de leerkracht of iedereen dit begrepen heeft en nodigt hij de leerlingen uit om te reageren: *Wie is het eens met dit standpunt?* Een leerling reageert en wordt aangeduid om verder te gaan.

Participatie bevorderen

Als in het begin van gesprek de interactie wat stroef verloopt, stimuleert de leerkracht de leerlingen tot deelname. Hij vraagt aan een van de leerlingen om het laatste standpunt en argument van een andere leerling te herhalen en vervolgens positie in te nemen.

- *Kan je herhalen wat hij/zij gezegd heeft?*
- *Ben je het daarmee eens? In hoeverre ben je het ermee eens? Met wel aspect ben je het niet eens?*
- *Waarom ben je het er niet/wel mee eens? Heb je bijkomende argumenten, voorbeelden, tegenvoorbeelden?*

De leerkracht vraagt aan deze leerling om aan de hand van de antwoorden die hij juist gegeven heeft, zijn standpunt en argument volgens het afgesproken format te herhalen (indien dit niet gebeurd is).

Na enkele pogingen zijn de leerlingen normaal gezien in staat om het format te hanteren en voelen ze zich ‘veiliger’ om iets toe te voegen aan het gesprek.

Wie tijdens het gesprek een standpunt wil innemen en een argument wil formuleren moet steeds zijn hand opsteken. De leerkracht duidt de leerling aan die mag antwoorden. De leerkracht kiest de leerling waarvan hij verwacht dat hij of zij een inbreng zal doen die op dat moment de meeste toegevoegde waarde kan bieden aan het gesprek. Hij kan zich hierbij laten leiden door de inbreng van diezelfde leerlingen eerder in het gesprek (bijv. tijdens de impuls).

Vorm en kwaliteit van de argumentatie

Als het CoPI-format niet gevolgd wordt spreekt de leerkracht de leerling hier op aan en vraagt hem/haar om zijn antwoord opnieuw te formuleren volgens het format.

Wanneer nodig, bijvoorbeeld als de leerkracht aan non-verbale uitdrukkingen merkt dat de inbreng van een leerling niet duidelijk was, wordt verder ingegaan op de gegeven uitspraak en bijhorende argumenten:

- Vooreerst wordt een andere leerling gevraagd om het standpunt en bijhorende argumenten letterlijk te herhalen.
- De leerkracht benoemt indien nodig de ‘natuur’ van de inbreng van de leerling: gaf de leerling een voorbeeld, een verduidelijking, een tegenvoorbeeld/contradictie, ...?
- Wanneer het standpunt en de argumentatie duidelijk is, worden de andere leerlingen uitgenodigd om standpunt in te nemen.

Het is belangrijk dat de standpunten en de argumentatie hun wortels hebben in de persoonlijke ervaring van leerlingen (en ook niet gestoeld zijn op argumenten of ervaringen van iemand anders). Indien het gesprek rond een bepaalde argumentatie te snel naar een abstract niveau klimt, komt de leerkracht tussenbeide en vraagt hij naar een concreet voorbeeld.

De leerkracht monitort of het gesprek nog in de juiste richting gaat en vraagt af en toe:

- *Hoe ver staan we nu met het oplossen van onze vraag?*
- *Zijn we nog bezig met het oplossen van onze vraag?*

Zie voor het laatste deel van de les ‘[evaluatie](#)’.

EVALUATIE

BEGRIP TOETSEN

Een vijftal minuten voor het einde wordt het filosofisch gesprek afgerond en blikt men terug op wat het gesprek heeft opgeleverd:

- Als men voor de onderzoeksvraag een ja/nee-vraag had gekozen dan worden de argumenten pro en contra waarmee iedereen het eens was aan bord gebracht.
- Als de onderzoeksvraag een open vraag was die niet met ja/nee beantwoord kon worden, dan wordt een mindmap op bord getekend met de belangrijkste inzichten die gekoppeld kunnen worden aan de onderzoeksvraag.

ALTERNATIEVE AFRONDING VAN HET GESPREK

- Elke leerling afzonderlijk maak een verslag met de argumenten pro/contra die tijdens het gesprek aan bod zijn gekomen. Elke leerling vult het verslag aan met zijn/haar persoonlijke en onderbouwde mening.
- Indien de onderzoeksvraag een open vraag was, maakt elke leerling afzonderlijk een mindmap met de belangrijkste inzichten die werden bereikt.

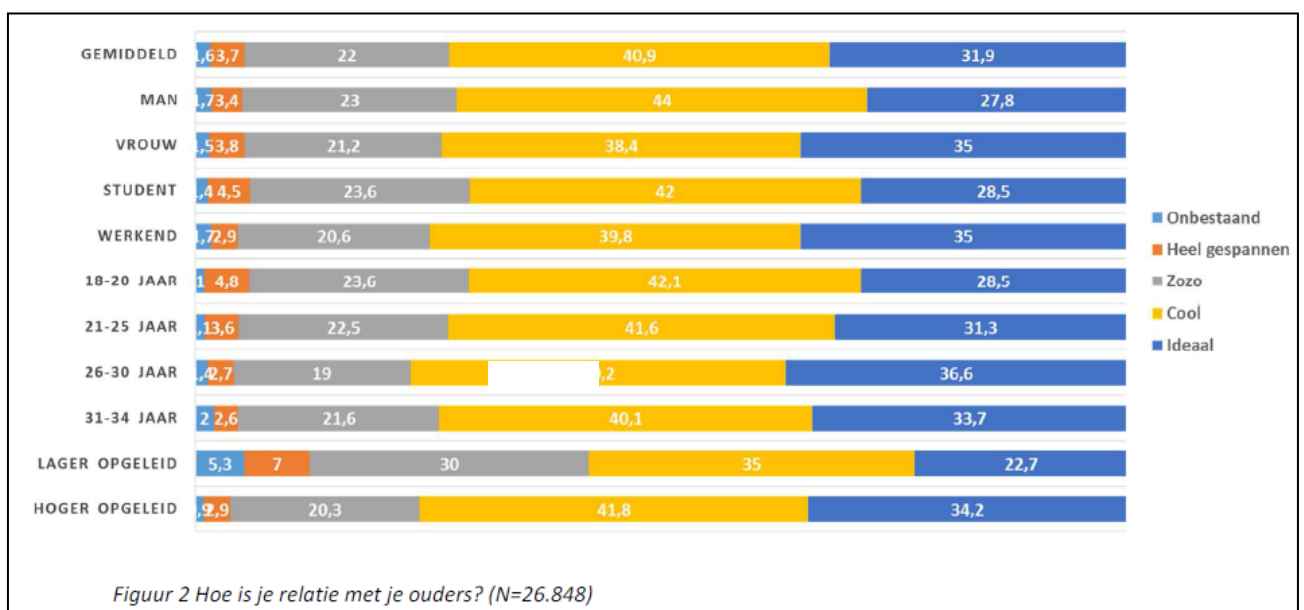
Deze opdrachten kunnen ook als evaluatie worden ingezet.

EVALUATIE DOOR DE DEELNEMERS

Na het gesprek worden de leerlingen gevraagd wat ze van het filosofisch gesprek vonden en waarom.

DE REDACTIE.BE

Vlaamse jongeren hebben een goede band met hun ouders en ze zijn over het algemeen heel tolerant. Het zijn slechts enkele vaststellingen uit Generation What?, een vrijwillige online bevraging van de VRT in samenwerking met 13 Europese omroepen. Bijna 50.000 Vlaamse jongeren tussen 18 en 34 hebben vragen beantwoord over alles wat hen bezighoudt. "Wat heel opvallend is, is dat de jongeren zelfbewust, positief en tolerant in het leven staan", zegt Kathy Lindekens die het project begeleid heeft.



Het Indiase echtpaar Rathod eerste koppel dat samen de Mount Everest heeft beklommen



Bewijs

Het stel vertelde op een persconferentie op 5 juni trots over hun expeditie naar de top van 's werelds hoogste berg op 23 mei. Ze kregen daarbij naar eigen zeggen hulp van sherpa's van klimbedrijf Makalu Adventure uit de Nepalese hoofdstad Kathmandu. Het echtpaar had ook nog ander bewijs: een certificaat van de Nepalese overheid. En natuurlijk de foto boven dit artikel. Daarop staat de man met de Indiase vlag.



Nooit eerder had een echtpaar sámen de Mount Everest beklommen, totdat het Indiase echtpaar Rathod er eind vorige maand in slaagde. Tenminste, dat zeggen ze. Er zijn namelijk grote twijfels ontstaan over hun sportieve prestatie.

Bron:

rTLnieuws

Het echtpaar zou foto's van hun expeditie naar de top hebben gefotoshopt, zodat het lijkt alsof ze er zijn geweest. Dat zegt alpinist Satyarup Siddhanta, de trotse eigenaar van de originele foto's.

$$1 = 2$$

Bewijs:

1. Voor elke a geldt dat $a(a - a) = a^2 - a^2$
2. Maar het volgende geldt ook: $(a + a)(a - a) = a^2 - a^2$
3. Uit $a(a - a) = (a + a)(a - a)$ volgt $a = a + a$
4. Maar dan is $a = 2a$
5. Delen van beide kanten door a geeft: $1 = 2$. *QED*

Uit Cursus 'Inzien en bewijzen': <http://homepages.cwi.nl/~jve/books/pdfs/qed.pdf>

Jezus is verrezen

EVANGELIE VOLGENS LUCAS

HIJ IS VERREZEN

1 Op de eerste dag van de week echter gingen zij zeer vroeg in de morgen naar het graf, met de welriekende kruiden die zij klaar gemaakt hadden. **2** Zij vonden de steen weggerold van het graf, **3** gingen binnen, maar vonden er het lichaam van de Heer Jezus niet. **4** Terwijl zij niet wisten wat daarvan te denken, stonden er plotseling twee mannen voor hen in een stralend wit kleed. **5** Toen zij van schrik bevangen het hoofd naar de grond bogen, vroegen de mannen haar: 'Wat zoekt ge de Levende bij de doden?' **6** Hij is niet hier, Hij is verrezen. Herinnert u, hoe Hij nog in Galilea tot u gezegd heeft: **7** De Mensenzoon moet overgeleverd worden in zondige mensenhanden en aan het kruis geslagen, maar op de derde dag verrijzen.' **8** Zij herinnerden zich zijn woorden, **9** keerden van het graf terug en brachten dit alles over aan de elf en aan al de anderen. **10** Het waren Maria Magdalena, Johanna en Maria, de moeder van Jakobus; de andere vrouwen die met hen waren vertelden aan de apostelen hetzelfde. **11** Maar dat verhaal leek hun beuzelpraat en zij geloofden het niet. **12** Toch liep Petrus ijlings naar het graf, bukte zich voorover, maar zag alleen de zwachtels. Daarop ging hij terug, verbaasd nadenkend over hetgeen er gebeurd was.

JEZUS IN HUN MIDDEN

36 Terwijl ze daarover spraken, stond Hijzelf plotseling in hun midden en zei: 'Vrede zij u.' **37** In hun verbijstering en schrik meenden ze een geest te zien. **38** Maar Hij sprak tot hen: 'Waarom zijt ge ontsteld en waarom komt er twijfel op in uw hart? **39** Kijkt naar mijn handen en voeten: Ik ben het zelf. Betast Mij en kijkt: een geest heeft geen vlees en beenderen, zoals ge ziet dat Ik heb.' **40** En na zo gesproken te hebben toonde Hij hun zijn handen en voeten. **41** Toen ze het van vreugde en verbazing niet konden geloven, zei Hij tot hen: 'Hebt ge hier iets te eten?' **42** Zij reikten Hem een stuk geroosterde vis aan; **43** Hij nam het en at het voor hun ogen op.

Syrië is verantwoordelijk voor de gifgasaanval in Khan Sheikhoun op 4 april

VS hebben 'bewijs' van Syrische verantwoordelijkheid gifgasaanval

De Verenigde Staten zouden communicatie hebben onderschept tussen het Syrische leger en chemische experts om de recente gifgasaanval voor te bereiden.

Dat meldde de Amerikaanse nieuwszender CNN op basis van een hooggeplaatste overheidsbron. De informatie werd geanalyseerd na de gifgasaanval op Khan Sheikhoun, in de provincie Idlib. Daarbij kwamen zeker 70 mensen om het leven, onder wie tientallen kinderen. De onderschepte communicatie zou bewijzen dat Syrië effectief achter de **aanval** zit.

De VS wisten vooraf niet dat de aanval ging gebeuren, benadrukt de functionaris.

De Amerikaanse president Donald Trump had vorige week al gezegd dat er volgens hem geen twijfel is dat het Syrische regime de aanval heeft uitgevoerd.

Bron: Belga

Syrië is verantwoordelijk voor de gifgasaanval in Khan Sheikhoun op 4 april

Frankrijk heeft bewijs dat de Syrische regering achter de aanval met gifgas zit op de plaats Khan Sheikhoun op 4 april. In een rapport staat dat de Franse geheime dienst monsters heeft die uitwijzen dat het om het zenuwgas sarin ging dat in Syrië is gemaakt.

Verder hebben volgens de Franse geheime dienst Sukoi-straaljagers van de Syrische luchtmacht op 4 april zes keer aanvallen uitgevoerd op de plaats in het noorden van Syrië. De Franse minister van Buitenlandse Zaken Jean-Marc Ayrault gaf vandaag informatie uit het rapport vrij. Door de gifgasaanval kwamen meer dan tachtig mensen om het leven.

"We weten op basis van een zekere bron dat de manier waarop de genomen monsters zijn gemaakt, typisch is voor de methode die in Syrische laboratoria is ontwikkeld", zei Ayrault. "Deze methode draagt de handtekening van de regering en dat maakt het voor ons mogelijk om de verantwoordelijke voor de aanval aan te wijzen."

Volgens de Franse minister konden de monsters worden vergeleken met monsters die na eerdere aanvallen werden genomen. Volgens het rapport denkt de Franse geheime dienst dat alleen de Syrische president Bashar al-Assad en enkele vertrouwelingen opdracht kunnen geven om gifgas te gebruiken. Daarbij zijn jihadisten in de regio niet in staat om gifgas te maken en daarmee aanvallen uit te voeren.

De heer M. Dekkers heeft een bejaarde vrouw proberen te beroven

Eerder veroordeeld

De man is een bekende van de politie en heeft een strafblad. Hij is al meerdere keren veroordeeld voor het plegen van geweldsdelicten en verschillende diefstallen, waaronder ook diefstal met geweld. Hij is veroordeeld tot zowel taakstraffen als deels onvoorwaardelijke gevangenisstraffen.

De feiten

De poging tot beroving ontkent de verdachte. Maar zowel een getuige als het slachtoffer zelf hebben de verdachte herkend. Zij hebben niet alleen verklaard dat hij de dader is, maar ook dat de situatie voor het slachtoffer uitermate bedreigend is geweest. En dat het alleen dankzij het ingrijpen van de getuige goed is afgelopen.

Woord verdachte

Ik geef toe dat ik 2 diefstallen heb gepleegd. Maar dat deed ik alleen om mijn kamerhuur te kunnen betalen. Daarnaast was ik in het verleden verslaafd, waardoor ik telkens in het criminele circuit rondhing. Dat is nu anders. Ik ben bezig met een baan.

Ik weet dat ik een opvliegend karakter heb. Ik heb weinig vertrouwen in mensen, denk vaak dat ze me willen belazeren. Ik wil dan de eerste zijn die een klap uitdeelt. Daarom heb ik hard op me toegevoerd om de gevolgen van mijn misdaden te beperken. Het doet mij spijt van

Bewezen strafbare feiten

De rechter acht wettig en overtuigend bewezen dat de verdachte de tenlastegelegde feiten heeft begaan. Dit levert de volgende strafbare feiten op:

- Poging tot beroving.
- Diefstal.
- Diefstal gevolgd door geweld en/of bedreiging met geweld tegen personen, met het doel om een vluchtweg mogelijk te maken bij een betrapping op heterdaad.

Stelling 2.1.10. *Neem aan dat A, B en C deelverzamelingen zijn van een universele verzameling U . Dan geldt*

(distributiviteit) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ en $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Bewijs. De gelijkheid $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ tonen we aan door twee inclusies te bewijzen, namelijk

$$A \cap (B \cup C) \subset (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (2.3)$$

en

$$A \cap (B \cup C) \supset (A \cap B) \cup (A \cap C). \quad (2.4)$$

Bewijs van (2.3): Neem aan dat $x \in A \cap (B \cup C)$. Dan $x \in A$ en $x \in B \cup C$. Omdat $x \in B \cup C$ geldt $x \in B$ of $x \in C$. Als $x \in B$, dan geldt, omdat ook $x \in A$, dat $x \in A \cap B$. In het andere geval dat $x \notin B$, dan moet $x \in C$, en dan geldt, omdat tevens $x \in A$, dat $x \in A \cap C$. Dus $x \in A \cap B$ of $x \in A \cap C$, hetgeen betekent dat $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$. Omdat dit geldt voor elke $x \in A \cap (B \cup C)$ is nu bewezen dat $A \cap (B \cup C) \subset (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Bewijs van (2.4): Neem aan dat $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$. Dan $x \in A \cap B$ of $x \in A \cap C$. Als $x \in A \cap B$ dan $x \in A$ en $x \in B$, zodat ook $x \in A$ en $x \in B \cup C$, en dus $x \in A \cap (B \cup C)$. In het andere geval is $x \in A \cap C$ en dan is $x \in A$ en $x \in C$, zodat ook $x \in A$ en $x \in B \cup C$ en dus $x \in A \cap (B \cup C)$. In beide gevallen volgt dat $x \in A \cap (B \cup C)$. Dit geldt voor elke $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$ en dus is bewezen dat $(A \cap B) \cup (A \cap C) \subset A \cap (B \cup C)$.

We hebben nu bewezen dat de beide inclusies (2.3) en (2.4) gelden. Daarmee is de gelijkheid van de twee verzamelingen bewezen. \square

Vierkleurenstelling:

Een landkaart met oneindig veel landen kan ingekleurd worden met maar vier kleuren, zonder dat daarbij twee buurlanden dezelfde kleur hebben.

Randvoorwaarden: de landen moeten een aaneengesloten oppervlak hebben en de kaart moet vlak of bolvormig zijn.

....

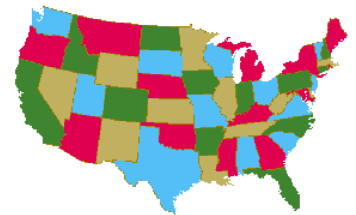
De oplossing

Pas in 1976 werd door Kenneth Appel en Wolfgang Haken weer een algemeen bewijs voor de vierkleurenstelling gepubliceerd. Voor die tijd waren er wel wat 'deelbewijzen' geleverd. Zo bewees Franklin in 1922 dat de stelling klopt voor alle kaarten met 25 landen of minder. Appel en Haken gebruikten voor hun bewijs de uitgangspunten van Kempe. Daarnaast brachten zij het probleem terug tot een beperkt aantal gevallen (toch nog zo'n 1500), waardoor de controleberekeningen door een computer konden worden verricht. Die deed daar zo'n 1200 uur over.

Wetenschappers als Neil Robertson, Daniel Sanders, Paul Seymour en Robin Thomas in de jaren negentig en George Gonthier in 2004 wisten de probleemstelling nog verder te vereenvoudigen, waardoor uiteindelijk ook de controleberekeningen van de computer door een computer gecontroleerd konden worden.

Bezwaren

Wiskundigen van de oude stempel hadden ernstige bezwaren tegen het gebruik van de computer bij het leveren van wetenschappelijk bewijs; de computer zou immers fout geprogrammeerd kunnen zijn. Maar hoewel er inderdaad flink wat fouten in het bewijs van Appel en Haken gevonden werden, geldt hun publicatie nog steeds als het bewijs van de stelling. En zo werd de vierkleurenstelling de eerste waarvan de wiskundige wereld bewijs met behulp van een computer accepteerde.

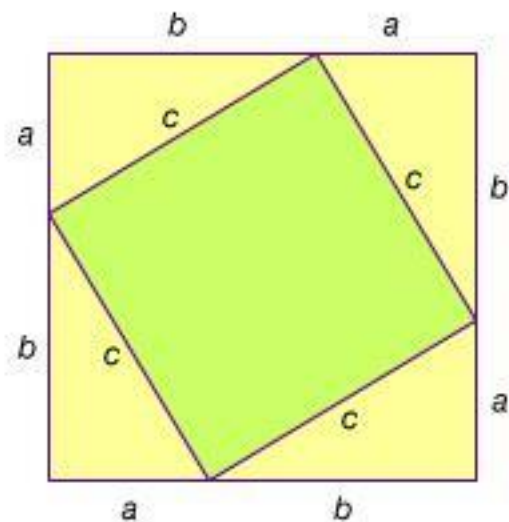
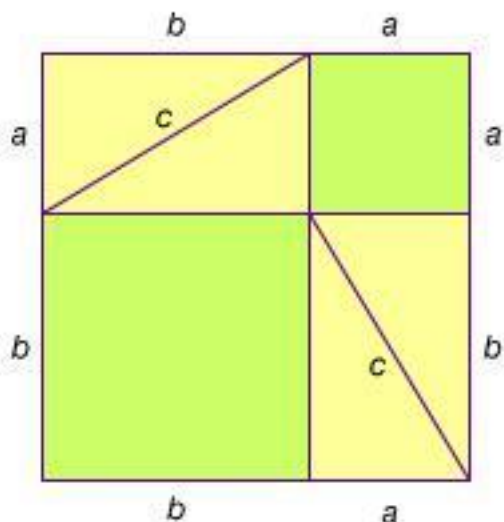


Bron: Inductiveload / Wikimedia Commons

Uit <http://wetenschap.infonu.nl/wiskunde/135691-de-vierkleurenstelling.html>

In een rechthoekige driehoek is de som van de kwadraten van de lengtes van de rechthoekszijden gelijk aan het kwadraat van de lengte van de schuine zijde:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



© 2002 Encyclopædia Britannica, Inc.

Vrijdag zal het regenen

De weersverwachting voor Leuven voor de komende 5 dagen

	vandaag			morgen			vrijdag			zaterdag			zondag		
	ochtend	middag	avond	ochtend	middag	avond	ochtend	middag	avond	ochtend	middag	avond	ochtend	middag	avond
Min (°C)		1°			0°			3°			1°			4°	
Max (°C)		9°			11°			12°			14°			18°	
Wind Bft		3			3			3			2			4	
Neersl. (%)		100%			70%			90%			10%			15%	
Neersl. (mm)		0.5 mm			0 mm			0.7 mm			0 mm			0.1 mm	
Weercijfer		7			8			7			7			7	

Bron: weeronline.nl

Elk even getal groter dan 2 kan geschreven worden als de som van twee, niet noodzakelijk verschillende, priemgetallen

Het **Vermoeden van Goldbach** is een van de oudste onopgeloste problemen in de getaltheorie en in de gehele wiskunde. Het vermoeden werd geuit in een brief die Christian Goldbach aan Leonhard Euler in 1742 schreef.

Dit vermoeden is door veel theoretici onderzocht, tot op heden zonder een definitief resultaat, maar met behulp van computers is het vermoeden gecontroleerd voor even getallen tot 4×10^{18} , op 5 juni 2006, door Oliveira e Silva.

De meeste mathematici geloven dat het vermoeden waar is, meestal gebaseerd op statistische overwegingen van de waarschijnlijkheidsverdeling van de priemgetallen: heel grote even getallen kunnen meestal op zeer vele manieren als de som van 2 priemgetallen worden geschreven.

Uit Wikipedia

BRONNEN EN ACHTERGRONDINFORMATIE

BRONNEN

De Swaef, G., Van Rossem, K. (2008). *Wat had je gedacht? Leidraad voor filosoferen met jongeren*. Mechelen: Plantyn.

Katholiek Onderwijs Vlaanderen (2002). *Leerplan secundair onderwijs Wiskunde – tweede graad ASO, 1e-2e leerjaar*. D/2002/0279/047.

Katholiek Onderwijs Vlaanderen (2004). *Leerplan secundair onderwijs Wiskunde – Leerplan A derde graad aso studierichtingen met component wiskunde*, Brussel (LICAP), D/2004/0279/019.

McCall, C. (2010). *Anders denken: Filosoferen vanaf de basisschool*. Antwerpen: Garant.

Poppelmonde, W., Wyffels, D. (2008). *Klassevol filosoferen: Handboek voor leerkrachten*. Mechelen: Plantyn.

ACHTERGRONDMATERIAAL

Filmpjes

Schooltv Nederland: deze filmpjes kunnen ook als impuls gebruikt worden.

<http://www.schooltv.nl/video/wiskundige-waarheid-experimentele-bewijzen-zijn-niet-genoeg/#q=bewijs> <http://www.schooltv.nl/video/filosofie-en-waarheid-waaraan-moet-een-wiskundige-waarheid-voldoen/#q=bewijs>
<http://www.schooltv.nl/video/rechtspraak-nauwkeurig-afwegen-van-bewijzen/#q=bewijs>
<http://www.schooltv.nl/video/de-dna-revolutie-afl3-forensisch-onderzoek/#q=bewijs>

Studium Generale, Universiteit Utrecht:

<https://www.sg.uu.nl/programma/voorjaar-2015/bewijs-het-maar>

o.a. <https://www.sg.uu.nl/videos/logisch-toch>

MOGELIJK GESPREKSVERLOOP

Om een beeld te krijgen over hoe een filosofisch gesprek rond bewijs, waarheid, geloven, ... er kan aan toe gaan worden hieronder enkele mogelijke standpunten, argumenten, voorbeelden en tegenvoorbeelden gegeven m.b.t de vraag:

Wat maakt dat je een bewering kan geloven zonder dat deze bewezen is?

De problematieken die bij een dergelijk gesprek aan bod kunnen komen zijn: waarneming (o.a directe waarneming, interpretatie van een waarneming, zien, horen), autoriteit (expert, integriteit), wetenschappelijk experiment, ervaring, logica, wiskundig bewijs, geloof, twijfel...

GL Wie wil beginnen met zijn standpunt te geven over deze vraag?

L1 Als je iets gelooft dan wil dat zeggen dat je denkt dat iets waar is.
Bijvoorbeeld: mama vindt snoeppapiertjes in de kamer van je kleine broer.

Omwille van die papiertjes kan ze ervan uitgaan dat hij snoep gegeten heeft ook al ontkent hij de feiten. Ze kan het echter niet bewijzen want ze was er niet bij toen hij de snoep heeft opgegeten; ze heeft het niet gezien.

GL OK, L1 heeft een voorbeeld gegeven die verband houdt met onze vraag. Kan iedereen zich daarin vinden?

L2 Ik ga akkoord **als L1 zegt** dat je iets kan geloven zonder dat het bewezen is **omdat** je andere goede andere redenen kan hebben om te denken dat het waar is o.b.v een interpretatie van een

waarneming (zoals het zien van de snoepkaartjes) dus zonder dat je een bewijs hebt o.b.v een directe waarneming.

GL L1 en L2 delen hetzelfde standpunt; L2 heeft daarbij het voorbeeld van L1 algemener geformuleerd.

.... aarzeling & stilte ...

GL L3, ik zie je raar kijken. Ben je akkoord met het standpunt van L1 en L2?

L3 Ik ga niet akkoord met L2 **als zij zegt** dat een directe waarneming een bewijs levert dat iets waar is **omdat** kleuters Sint-Niklaas ook kunnen zien maar dat is nog geen bewijs dat hij bestaat.

L4 Ik ben het niet eens met L3 **als hij zegt** dat een directe waarneming geen bewijs is dat iets waar is **omdat** de kinderen wel degelijk een Sint zien, ze weten hoe hij eruit ziet, wat hij doet maar ze kennen alleen niet het volledige verhaal.

GL Goed, L3 en L4 verschillen van mening over het feit of een directe waarneming nu wel of geen 'bewijs' levert over een bewering maar wat is het verband met onze onderzoeksvraag? L5, wat denk jij ervan?

L5 Ik ben het wel eens met L2 **als hij zegt** dat je goede redenen kan hebben om te denken en dus te geloven dat iets waar is als je niet het volledige plaatje kent, dus bijvoorbeeld op basis van waarnemingen betreffende een deel van de situatie.

GL L5, dankjewel maar ik mis wel een onderbouwing van je standpunt. Kan je daarom je standpunt herhalen en er argumenten of een voorbeeld bij geven? Gebruik het format dat op bord staat.

L5 Ik ben het eens met L2 **als hij zegt** dat je goede redenen kan hebben om te denken en dus te geloven dat iets waar is als je niet het volledige plaatje kent, dus bijvoorbeeld op basis van een deel van de waarnemingen **omdat** als je bijvoorbeeld uit een snoepautomaat 20 keer een gele snoepjes haalt je wel goede redenen kan hebben om te geloven dat het automaat alleen maar gele snoepjes bevat maar je alle snoepjes uit het automaat zou moeten halen opdat bewezen zou zijn dat het snoepautomaat daadwerkelijk alleen gele snoepjes bevat.

GL Dus zowel L2 als L5 geven aan dat men o.b.v van een visuele waarneming, informatie kan krijgen op een situatie die door veralgemening of interpretatie maakt dat je iets kan geloven. Ziet iemand nog andere mogelijkheden?

L6 Ik ben het eens met L2 **als hij zegt dat** je iets kan geloven zonder dat het bewezen is **omdat** je goede redenen hebt om te denken dat het waar is o.b.v iets wat men gehoord of gelezen heeft: omdat iemand zegt dat de bewering waar is. Als een expert een uitspraak doet over een onderwerp binnen zijn domein, dan zal je goede redenen hebben om het te geloven zonder dat je zal controleren of het bewezen is. Bijvoorbeeld een wetenschapper die zegt dat men een nieuwe planeet heeft ontdekt.

GL OK, L6 heeft een nieuw voorbeeld gegeven. L7 wat denk jij ervan?

(de GL duidt L7 aan omdat hij weet dat L7 tijdens de impuls 'het vermoeden van Goldbach' of 'de vierkleurenstelling' heeft gekozen)

L7 Ik ben het eens met L6 **als hij zegt dat** je een bewering kan geloven louter omdat iemand anders gezegd heeft dat de bewering waar is **omdat** er geen reden is waarom de andere de waarheid niet zou vertellen en **omdat** je eigenlijk vermoedt dat er wel een bewijs voor de bewering bestaat (ook al is dit misschien niet zo). Bijvoorbeeld je gelooft het als je leerkracht zegt dat een wiskundige stelling waar is omdat je denkt dat er een bewijs is voor de stelling.

GL En is dat omdat er geen reden is of omdat jij geen reden ziet? L8 wat denk jij ervan?

L8 Ik ben het niet eens met L7 **als hij zegt** dat je een bewering kan geloven zonder dat deze bewezen is louter omdat iemand anders gezegd heeft dat het waar is **omdat** je de bewering steeds zal toetsen aan je eigen ervaringen/waarnemingen en logica. Afhankelijk van het thema zullen je ervaringen en logica erover rijker zijn en zal je niet meer twijfelen en de bewering ofwel geloven ofwel niet geloven.

L9 Ik ga niet akkoord met L8 **als hij zegt** dat je niet mag twijfelen over een bewering voor je hem kan geloven **omdat** je ergens in kan geloven en toch twijfelen; Dat is het geval in het voorbeeld van L5 met de gele snoepjes maar je kan bijvoorbeeld ook geloven in God, misschien omdat je er wil in geloven (bijv. omwille van de normen en waarden van het geloof waarin je je wel kan vinden) maar omdat het niet bewezen kan worden dat hij bestaat zal je altijd toch nog wat twijfelen...

GL Goed, dit werpt een nog een ander licht op de zaak. Kan iedereen zich hierin vinden? Vooraleer we verdergaan zullen we de ideeën en standpunten die tot nu toe aan bod zijn gekomen samenvatten...